As an application of the above procedure, we consider the case of three atoms per unit cell in one dimension. Equations (2) then become

$$|F_1|^2 = f_{11}^2 + f_{12}^2 + f_{13}^2 + f_{11}f_{12}(\xi_{12} + \xi_{12}^{-1}) + f_{11}f_{13}(\xi_{13} + \xi_{13}^{-1}) + f_{12}f_{13}(\xi_{12}\xi_{13}^{-1} + \xi_{12}^{-1}\xi_{13}), \quad (6)$$

$$|F_2|^2 = f_{21}^2 + f_{22}^2 + f_{23}^2 + f_{21}f_{22}(\xi_{12}^2 + \xi_{12}^{-2}) + f_{21}f_{23}(\xi_{13}^2 + \xi_{13}^{-2}) + f_{22}f_{23}(\xi_{12}^2\xi_{13}^{-2} + \xi_{12}^{-2}\xi_{13}^2), \quad (7)$$

where $\xi_{12} = \xi_1\xi_2^{-1} = \exp[-2\pi i(x_1 - x_2)]$,
and $\xi_{13} = \xi_1\xi_3^{-1} = \exp[-2\pi i(x_1 - x_3)]$, (8)

so that ξ_{12} and ξ_{13} determine the x co-ordinates. If we set

$$s = \xi_{12} + \xi_{12}^{-1} \quad \text{and} \quad t = \xi_{13} + \xi_{13}^{-1}, \quad (9)$$

equations (6) and (7) may be replaced by

$$a_0t^2 + a_1t + a_2 = 0 \quad (10)$$

and

$$b_0t^2 + b_1t + b_2 = 0, \quad (11)$$

where

$$a_0 = f_{21}f_{23} + f_{22}f_{23}f_{11}^2/f_{12}^2,$$
$$a_1 = 2f_{11}f_{22}f_{23}(f_{11}f_{12}s + f_{11}^2 + f_{12}^2 + f_{13}^2 - |F_1|^2)/f_{12}^2f_{13},$$
$$a_2 = f_{21}f_{22}s^2 + f_{22}f_{23}(f_{11}f_{12}s + f_{11}^2 + f_{12}^2 + f_{13}^2 - |F_1|^2)/f_{12}^2f_{13}^2 + f_{21}^2 + f_{22}^2 + f_{23}^2 - 2f_{21}f_{22} - 2f_{21}f_{23} - 2f_{22}f_{23} - |F_2|^2,$$
$$b_0 = f_{13}f_{23}[f_{11}f_{22}\,s + f_{12}(f_{22} - f_{21})],$$
$$b_1 = f_{22}f_{23}[f_{11}f_{12}s^2 + (f_{11}^2 + f_{12}^2 + f_{13}^2 - |F_1|^2)\,s],$$
$$b_2 = f_{12}f_{13}[f_{22}(f_{23} - f_{21})\,s^2 - f_{21}^2 - f_{22}^2 - f_{23}^2 + |F_2|^2 + 2f_{21}f_{22} + 2f_{21}f_{23} - 2f_{22}f_{23}].$$

The substitution (9) leads to simpler equations than would be obtained if the elimination theory were applied to (7) and (8) directly.

The elimination theory when applied to the quadratics (10) and (11) yields for the eliminant

$$4R = (2a_0b_2 - a_1b_1 + 2a_2b_0)^2 - (4a_0a_2 - a_1^2)(4b_0b_2 - b_1^2) = 0. \quad (12)$$

The application of this result to equations (10) and (11) to eliminate t gives a sextic in s. Knowing s, ξ_{12} can be found from (9) and, since t is the common root of (10) and (11), ξ_{13} may also be obtained from (9).

The elimination theory is completely general and offers the solution in principle to the crystal-structure problem. However, it is seen from the foregoing treatment that the algebraic approach is very complicated and, for crystals containing several atoms in the unit cell, it appears to be impractical. The relations obtained in the previous paper (Hauptman & Karle, 1950) are eliminants of the structure-factor equations. They were obtained however by making use of the properties of hermitian forms which avoided the necessity of finding many successive eliminants.

References

Avrami, M. (1938). *Phys. Rev.* **54**, 300.

Hauptman, H. & Karle, J. (1950). *Phys. Rev.* **79**, 204.

Waerden, B. van der (1940). *Moderne Algebra*. Berlin: Springer.

Acta Cryst. (1951). **4**, 189

Utilisation de la méthode de Bragg–Brentano par l'emploi d'ampoules scellées à foyer fin.

Par Henri Brasseur, *Laboratoire de Cristallographie, Université, Liége, Belgique*

(*Reçu le* 25 *novembre* 1950)

Dans la méthode de Bragg–Brentano appliquée à l'étude des poudres cristallines, on emploie une fente dont l''image' se forme sur le film récepteur.

On peut, comme l'a signalé Brentano (1949), explorer un domaine angulaire assez grand en imprimant une rotation à l'échantillon plan, utilisant un diaphragme qui tourne à une vitesse angulaire double de celle de l'échantillon examiné et plaçant la fente sur la circonférence de support du film. Dans ce cas, le temps d'exposition devient du même ordre de grandeur que les temps nécessaires pour obtenir un Debye–Scherrer ordinaire.

Lorsqu'on dispose d'une ampoule à foyer fin, on peut supprimer la fente et disposer l'ampoule par rapport à la caméra de telle manière que le foyer se trouve sur la circonférence de support du film. Dans ces conditions, les temps d'exposition sont fortement réduits et deviennent extrêmement intéressants.

La possibilité de disposer d'ampoules *scellées* à foyer fin supprime toutes les difficultés inhérentes aux tubes démontables et rend la méthode utilisable dans les laboratoires industriels.

Par l'emploi d'une caméra de 22,6 cm. de diamètre, nous avons pu obtenir des radiogrammes à forte dispersion en des temps relativement courts. La Fig. 1 représente les radiogrammes obtenus par réflexion sur le plan de clivage d'un monocristal de mica. La radiation Cu $K\alpha$ est partiellement filtrée de $K\beta$ au moyen d'un écran en nickel.*

Dans le cas des apatites (Fig. 2) qui nécessitent généralement des temps d'exposition assez élevés ($\sim$100 milliampères heures), les temps d'exposition nécessaires n'ont pas dépassé 10 milliampères heures. En poussant la tension de l'ampoule à 50 kV. et en utilisant des caméras de plus petit diamètre, le temps d'exposition pourrait encore être réduit notablement.

Cette méthode dont le principe n'est pas nouveau, mais qui, à notre connaissance, n'a jamais été appliquée sous cette forme, peut, à notre sens, présenter beaucoup d'intérêt pour les contrôles et les recherches. Elle n'a pas la prétention de supplanter les méthodes dans lesquelles la focalisation est parfaite mais elle présente l'avantage de pouvoir être utilisée sans appareil coûteux, encombrant, de réglage difficile et de déréglage facile. Elle peut être utilisée dans les mêmes buts que la méthode de Debye–Scherrer, pour la comparaison des intensités des divers ordres d'une réflexion et pour l'étude des molécules à longues chaînes orientées sur verre ou sur plomb.

Référence

Brentano, J. C. M. (1949). *J. Appl. Phys.* **20**, 1215.

* L'ampoule étant en usage depuis un temps assez long, on remarque, pour chaque ordre, à côté des raies $K\alpha$ et $K\beta$ (plus faible) du cuivre, la raie L du tungstène déposé sur l'anticathode.

Fig. 1. Radiogrammes par réflexion sur le plan de clivage d'un monocristal de mica. Tension 25 kV. Temps d'exposition (*a*) 25, (*b*) 100 mA. min. Grandissement linéaire ~ 1,5.

Fig. 2. Apatite de Faraday Township. Grandissement linéaire ~ 1,5.

[*To face p.* 189